الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية الوادي

امتحان بكالوريا تجريبي

الشعبة : علوم تجريبية

ثانويات علي عون – بن عون لخضر

سعيد عبد الحي- سبل المستقبل الخاصة

دورة : ماي 2021

اختبار في مادة الرياضيات

المدة: 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول (4 نقاط):

I. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z-2)(z^2+6z+34)=0$

II. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب $z_A=2$ ، $z_B=-3+5i$ ، $z_c=\overline{z_B}$.

1) أ) اكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$ ثم على الشكل الأسي .

ب) استنتج طبيعة المثلث ABC .

ج) عين لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $ABDC$ متوازي أضلاع ثم حدد بدقة طبيعته .

2) عين (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق : $|z-2|=|\overline{z}-z_B|$.

التمرين الثاني (4 نقاط):

يحتوي صندوق على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس منها 4 كريات تحمل الرقم 2 و 3 كريات تحمل الرقم 1 و كريتان تحملان الرقم -1 و كرية واحدة تحمل الرقم -2 .

نسحب عشوائيا ثلاث كريات وفي آن واحد من الصندوق .

1) احسب احتمال الحدثين التاليين :

A : مجموع أرقام الكريات المسحوبة معدوم .

B : جداء أرقام الكريات المسحوبة يساوي 4 .

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب أصغر الأرقام .

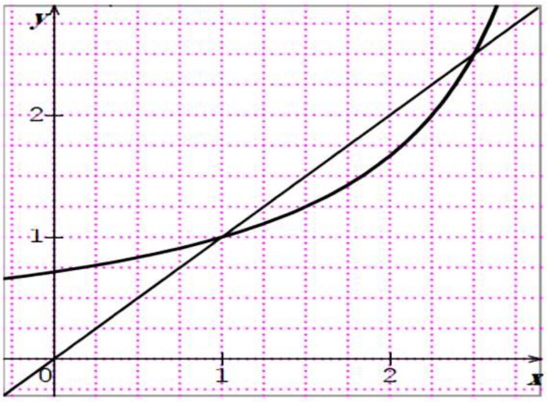
أ) عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضياتي .

ب) احسب احتمال الحدث $"e^x>1"$.

التمرين الثالث (5 نقاط):

في الشكل المقابل (C) التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $\left[0;\frac{5}{2}\right]$ بـ : $f(x)=\frac{-5}{2x-7}$ والمنصف الأول.

$(\mathrm{u_n})$ متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $\mathrm{u_0}=2$ و $\mathrm{u_{n+1}}=\frac{-5}{2\mathrm{u_n}-7}$



1) أ) أنقل الشكل المقابل، ثم مثل على محور الفواصل الحدود $\mathrm{u_0}$ ، $\mathrm{u_1}$ ، $\mathrm{u_2}$ (دون حسابها وموضحا خطوط الإنشاء) .

ب) خمن اتجاه تغيّر المتتالية $(\mathrm{u_n})$ وتقاربها.

1) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n أن:
. $1\le \mathrm{u_n}\le 2$

2) بيّن أن المتتالية $(\mathrm{u_n})$ متناقصة .

3) نعتبر المتتالية $(\mathrm{v_n})$ المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $\mathrm{v_n}=\frac{2\mathrm{u_n}-2}{2\mathrm{u_n}-5}$

أ) أثبت أن $(\mathrm{v_n})$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول $\mathrm{v_0}$.

ب) أكتب $\mathrm{v_n}$ بدلالة n ، ثم استنتج $\mathrm{u_n}$ بدلالة n .

4) أ) أثبت من أجل كل عدد طبيعي n : $\mathrm{u_{n+1}}-1\le\frac{4}{5}(\mathrm{u_n}-1)$.

ب) تحقق من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le \mathrm{u_n}-1\le\left(\frac{4}{5}\right)^{\mathrm{n}}$ ثم استنتج $\lim_{\mathrm{n}\to+\infty}\mathrm{u_n}$

التمرين الرابع (7 نقاط):

I. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=(x-1)^2-2\ln(x-1)$

1) ادرس تغيرات الدالة g .

2) حدد اشارة $g(x)$ على المجال $]1;+\infty[$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\frac{x-1}{2}+\frac{1+\ln(x-1)}{x-1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول 2cm)

1) أ) احسب $\lim_{x\to1} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

ب) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بين انه من أجل كل عدد حقيقي x من $]1;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{2(x-1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

4) بين أنه توجد نقطة وحيدة B يقبل فيها المنحنى (C_f) مماس (T) يوازي المستقيم (Δ) ثم أكتب معادلة للمماس (T).

5) بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $1.34<\alpha<1.35$.

6) أ) أرسم (Δ) ، (T) و (C_f) .

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $\frac{-1+m}{2}+\frac{1+\ln(x-1)}{x-1}=0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول (4 نقاط):

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

1) A و B حدثان .

إذا كان : $P(A) = 0.42$ و $P(B) = 0.39$ و $P(\overline{A \cup B}) = 0.41$ فإن :

أ) $P(A \cap B) = 0.4$ ب) $P(A \cap B) = 0.59$ ج) $P(A \cap B) = 0.22$

2) (u_n) المتتالية العددية حدها الأول $U_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \ln(3e^{u_n})$

أ) (u_n) متتالية حسابية ب) (u_n) متتالية هندسية ج) (u_n) متتالية لا حسابية ولا هندسية .

3) نعتبر الدالة g المعرفة على $]-\infty; -3[\cup]3; +\infty[$ بـ: $g(x) = 2x + 4\ln\left(\frac{x-3}{x+3}\right)$

أ) الدالة g زوجية ب) الدالة g فردية ج) الدالة g لا زوجية ولا فردية

التمرين الثاني (4 نقاط):

يحتوي صندوق على 8 كريات، من بينها 3 كريات حمراء و 3 كريات خضراء وكريتين بيضاوين، كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس. نسحب عشوائيا كريتين على التوالي دون إعادة الكرية المسحوبة إلى الكيس.

1) أحسب احتمال الحدثين التاليين :

A : الحصول على كريتين من لونين مختلفين.

B : الحصول على كرية بيضاء واحدة فقط في السحبة الثانية.

2) نسحب الآن عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من الصندوق .

أ) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الألوان المحصل عليها.

- بين أن $P(X = 2) = \frac{36}{56}$ ثم عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X .

ب) يدفع اللاعب 50 DA (DA يعني دينار جزائري) قبل إجراء عملية السحب ويكسب 25 DA لكل لون من الألوان المحصل عليها .

- هل اللعبة في صالح اللاعب ؟ برر إجابتك.

التمرين الثالث (5 نقاط):

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{5u_n - 1}{u_n + 3}$

1) أ) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = a + \frac{b}{u_n + 3}$

ب) برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 1$.

ج) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ ثم استنتج انها متقاربة .

2) نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$

أ) أثبت أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين اساسها وحدها الأول .

ب) عبر بدلالة n عن v_n و u_n و احسب $\lim_{n \to +\infty} u_n$

3) احسب المجموع : $S_n = e^{v_0} + e^{v_1} + \cdots + e^{v_n}$.

التمرين الرابع (7 نقاط):

I. لتكن g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 2 + (x-2)e^{-x+2}$.

1) أدرس تغيرات الدالة g .

2) أثبت أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ وتحقق أن: $1.14 < \alpha < 1.15$.

3) حدد إشارة g على $\mathbb{R}$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 2x - 1 - (x-1)e^{-x+2}$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(\vec{O};\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ) بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

4) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) ، يطلب تعيين معادلة له.

5) أثبت أن : $f(\alpha) = 2\alpha + 1 + \frac{2}{\alpha - 2}$ ، واستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

6) أ) أحسب $f(0)$ ، ثم أنشئ (Δ) ، (T) و (C_f) .

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $2m - 1 - (x-1)e^{-x+2} = 0$