

إختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

الهدء: ساعتان

الستوى: ثالثءعلمى

التمرين الأول : (6 نقاط)

يحتوي كيس U_1 على 10 كرات لانفرق بينها باللمس , منها 5 كرات بيضاء و3 حمراء وكرتان خضروان, نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من هذا الكيس.

1. ماهي عدد الطرق الممكنة لهذه التجربة

2. احسب إءتمال الحواءء التالية :

(أ) A "من بين الكرات الثلاث المسحوبة توجد كرة خضراء واحدة فقط"

(ب) C "الكرات الثلاث المسحوبة من نفس اللون"

3. نءءبر المءغير العشوائى X الذي يرفق بكل مخرج بعدء الألوان الظاهرة في المخرج

(أ) عين قيم المءغير العشوائى X

(ب) عرف قانون إءتمال المءغير العشوائى X ثم احسب أمله الرياضياتى

4. نءءبر الكيس الأول U_1 وكيس آءر U_2 يحوي كرتين بيضاوين وكرتين حمراوين وكرة خضراء, نرمى زهرة نرد غير مزيف مرقعة من 1 إلى 6, فإذا ظهر الرقم 6 نسحب كرة من الكيس الأول U_1 وإن كان غير ذلك نسحب كرة من الكيس U_2 .

(أ) بين أن إءتمال سحب كرة بيضاء هو $P(B) = \frac{5}{12}$

(ب) علما أن الكرة المسحوبة بيضاء , فما اءتمال أن تكون من الكيس U_2

التمرين الثانى : (6 نقاط)

المستوى المركب منسوب إلى معلم مءعامء ومءءانس $(\vec{u}; \vec{v}; o)$ حيث : $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = 5cm$
نضع $z_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبعى $n : z_{n+1} = \frac{1+i}{2} z_n$ علما أن A_n النقطة ذات اللاحقة z_n

1. احسب z_1, z_2 و z_3 ثم ءءقق أن $z_4 \in \mathbb{R}$

2. علم النقط A_0, A_1, A_2, A_3 و A_4 في المعلم السابق

3. لءكن المءتالية (U_n) المعرفة من أجل كل عدد طبعى $n : U_n = |z_n|$

(أ) بين أن (U_n) هندسية يءلب ءعين أساسها وءءها الأول

(ب) اءءب U_n بدلالة n

4. نضع L_n طول الخط $A_0A_1A_2 \dots A_nA_{n+1}$ حيث : $L_n = A_0A_1 + A_1A_2 + \dots + A_nA_{n+1}$

(أ) احسب L_n ثم $\lim_{n \rightarrow +\infty} L_n$

التمرين الثالث : (8 نقاط)

1. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كيلي : $g(x) = 4xe^{2x} + 1$

(أ) ادرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

(ب) استنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x) > 0$

2. نعرف الدالة f على $\mathbb{R}$ بالشكل : $f(x) = x + (2x - 1)e^{2x}$ و (C_f) منحنيا البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(أ) أحسب نهاياتي الدالة f

(ب) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f مشكلا جدول تغيراتها

(ج) بين أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

(د) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (d)

(هـ) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $0.40 < \alpha < 0.41$

(و) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

(ز) ارسم المماس (Δ) والمستقيم (d) والمنحنى (C_f)

3. m وسيط حقيقي و h_m الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كيلي : $h_m(x) = (x - 1)e^{2x} - mx$

(أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $h'_m(x) = f(x) - (x + m)$

(ب) ناقش بياننا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد المماسات للمنحنى (C_{h_m}) الموازية لمحور الفواصل

4. ليكن n عدد طبيعي حيث $n \geq 2$

(أ) برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 2$: $f^{(n)}(x) = 2^n(2x + n - 1)e^{2x}$ حيث $f^{(n)}$ هي المشتقة من الرتبة n للدالة f

(ب) ادرس إتجاه المتتالية (U_n) ذات الحد العام $U_n = f^{(n)}(0)$

(ج) بين أن المتتالية (U_n) متباعدة