وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية ادرار — ثانويات المقاطعة الأولى

الشعبة : 3 تقني رياضـــي — مارس 2024

اختبار في مادة الرياضيات — المدة : ثلاث ســـاعات

التمرين الأول: (04 نقاط)

في كل حالة من الحالات التالية عين الإقتراح الصحيح الوحيد من بين الإجابات (أ) ، (ب) و (ج) مع التعليل:

1) مجموعة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x ، $\ln(1-x)=3$ هي :

(أ) $S=\{-1,\ln 2\}$ (ب) $S=\{e^3-1\}$ (ج) $S=\{1-e^3\}$

2) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=3x^2-2x$ القيمة المتوسطة m للدالة f على المجال $[-1;2]$ هي:

(أ) $m=6$ (ب) $m=2$ (ج) $m=\frac{4}{3}$

3) f دالة معرفة على المجال $[0;3]$ و من أجل $x\in[0;3]$: $x^2-1\le f(x)\le x^2$

ليكن التكامل : $A=\int_0^3 f(x)dx$ (أ) $6\le A\le 9$ (ب) $-9\le A\le 6$ (ج) $3\le A\le 9$

4) النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} x\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)$ تساوي (أ) $-\infty$ (ب) 0 (ج) 1

التمرين الثاني: (04 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول u_0 بحيث: $u_0=12$

و من اجل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{1}{4}u_n+3$.

1) ا) أنشئ في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ المنحنى (D) الممثل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{1}{4}x+3$ والمستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x$.

ب) مثل على حامل محور الفواصل وبدون حساب الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 موضحا خطوط الإنشاء.

جـ) ما هو تخمينك حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها ؟

2) ا) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4\leqslant u_n\leqslant 12$.

ب) تحقق أن (u_n) متناقصة. ثم برر صحة تخمينك حول تقاربها.

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=u_n-4$.

ا) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب) اكتب عبارة v_n ثم استنتج عبار ة u_n بدلالة n و احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

جـ) احسب بدلالة n المجموع: $S_n=u_0+u_1+u_2+...+u_n$ ثم الجداء : $P_n=v_0\times v_1\times v_2\times...\times v_n$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة الآتية : (E) .....$11x-5y=2$

1) ا) برهن أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعادلة فإن $y\equiv 4[11]$.

ب) استنتج حلول المعادلة (E)

2) ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم ، نضع $a = 5n + 2$ و $b = 11n + 4$

ا) عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b

ب) عين قيم n بحيث يكون $PGCD(a;b) = 2$.

جـ) استنتج قيم n بحيث يكون العددان a و b أوليين فيما بينهما

3) ا) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 10 .

ب) استنتج رقم آحاد العدد 7^{2024}.

جـ) عين الثنائيات $(x;y)$ من $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ التي هي حلول للمعادلة (E) و تحقق $7^{y-2x} \equiv 9[10]$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء الأول :g دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 + 1 - \ln(x)$.

1) جد نهايتي الدالة g على يمين 0 و عند $+\infty$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$.

الجزء الثاني :نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = x + \frac{1}{2} + \frac{\ln(x)}{x}$

(C) التمثيل البياني للدالة في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ وحدة الطول $2cm$.

1) ا) أوجد نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و على يمين 0.ثمّ فسر هندسيا النتيجة الثانية .

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y = x + \frac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحني (C) .

جـ) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C) و المستقيم (Δ) .

2) ا) تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

جـ) اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (T) الذي يمس المنحني (C) عند النقطة $A\left(1;\frac{3}{2}\right)$.

3) بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]\frac{1}{2};1\right[$.

4) ارسم المستقيمين (T) و (Δ) و المنحنى (C) .

5) أحسب بالسنتيمتر المربع قيمة المساحة S للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C) والمستقيمات التي معادلاتها:

$x = 1$ و $x = e$ و $y = x + \frac{1}{2}$.