الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية هارون الرشيد بشار الجديد

امتحان بكالوريا تجريبي

الشعبة: علوم تجريبية

الدورة: 2021

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 03 سا و30 د

رياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

1) (v_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما، حدها الأول v_0 و أساسها q حيث:

$v_0 \times v_2 = 576$ و $v_0 + v_1 = 30$

Ⓐ $v_{n+1} - v_n$ يساوي:

أ) 18×4^n ب) 3×4^n ج) $3\times\left(\frac{1}{4}\right)^n$

Ⓑ المجموع $S_n = \ln\left(\frac{v_1}{v_0}\right) + \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) + \ldots + \ln\left(\frac{v_n}{v_{n-1}}\right)$ يساوي :

أ) $n\ln 4$ ب) $\ln\left(3\times 4^n\right)$ ج) $\ln\left(\frac{1-n^2}{2}\right)$

2) f الدالة العددية المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x) = (\ln x)^2 + 2\ln x - 3$.

Ⓐ على المجال $]0;+\infty[$ الدالة f :

أ) متناقصة تماما ب) متزايدة تماما ج) ليست رتيبة

Ⓑ مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \le 0$ هي:

أ) $[\ln 2\ ;\ e]$ ب) $[e^{-3}\ ;\ e]$ ج) $[-3;\ 1[$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_{n+2} = \frac{2}{5}u_{n+1} - \frac{1}{25}u_n \\ u_1 = 1 \quad \text{و} \quad u_0 = 0 \end{cases}$$

1) نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{5}u_n$ و $w_n = 5^n u_n$.

بين أن المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ هندسية أساسها $\frac{1}{5}$ ثم أكتب v_n بدلالة n .

بين أن المتتالية $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ حسابية أساسها 5 .

2) أكتب w_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

3) بين أنّه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم أن : $0 < u_{n+1} \le \frac{2}{5}u_n$

4) استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم أن : $0 < u_n \le \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$ ؛ ثم أحسب النهاية : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

يتكون مكتب للدراسات من 20 مهندسا ومهندسة يتوزعون حسب الجنس والتخصص كما هو مبين في الجدول أسفله .

التخصص	الذكور	الإناث
الإعلاميات	5	3
الهندسة المدنية	8	4

تم اختيار ثلاثة عناصر من هذا المكتب عشوائيا وفي آن واحد للمشاركة في إحدى الدورات التكوينية.

نعتبر الحادثتين A : " العناصر التي وقع عليها الاختيار كلها من الإناث " .

و B : " العناصر التي وقع عليها الاختيار كلها من نفس التخصص " .

1) بيّن أنّ: $P(A)=\frac{7}{228}$ ثم احسب: $P(B)$ و $P(A\cap B)$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد تخصصات العناصر التي وقع عليها الاختيار.

Ⓐ بين أن $p(X=1)=\frac{69}{285}$ ثم استنتج قانون احتمال المتغير العشوائي X .

Ⓑ احسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(x+3)e^x-1$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.

جـ) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-0,8<\alpha<-0,7$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) لتكن f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(x+2)\left(e^x-1\right)$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالـة f .

3) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)+x\right)$ ثم استنتج انّ (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ).

جـ) اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) الموازي للمستقيم (Δ).

4) ارسم المستقيم (Δ) والمنحني (C_f) على المجال $]-\infty;1]$ (يعطى $f(\alpha)\approx-0.7$)

5) h الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=|x|\left(e^{|x|-2}-1\right)+1$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) بيّن أنّ الدّالة h زوجية .

ب) تأكد أنّه من أجل كل x من المجال $[0;+\infty[$ فإنّ : $h(x)=f(x-2)+1$.

جـ) اشرح كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم ارسم (C_h) على المجال $[-3;3]$.

بالتوفيق

انتهى الموضوع الأول

رياضيات

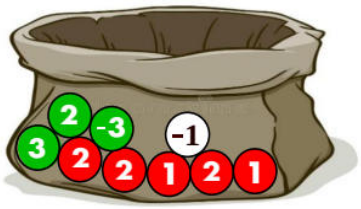
الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

كيس يحوي 9 كريات لا نفرق بينها باللمس موزعة كما يلي:

خمس كريات حمراء مرقمة بـ: 1، 1، 2، 2، 2 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: 3-، 2، 3 وكرية بيضاء مرقمة بـ: 1-

نسحب عشوائيا 4 كريات في آن واحد.



1) احسب احتمال الحوادث التالية:

A : "الحصول على أربع كريات من نفس اللون".

B : "الحصول على كرية بيضاء على الأكثر".

C : "الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم".

2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ سحب أكبر الأرقام المحصل عليها.

Ⓐ عيّن قيم المتغير العشوائي X ثم عرّف قانون احتماله .

Ⓑ احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X.

Ⓒ احسب احتمال الحادثة : " $X^2 - X > 0$ " .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(z+1-\sqrt{3})(z^2+2z+4)=0$.

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر النّقط A ، B و C و D التي لواحقها : $z_A=-1+\sqrt{3}$ ، $z_B=-1-i\sqrt{3}$ ، $z_C=\overline{z}_B$ و $z_D=4i$.

1) Ⓐ اكتب z_B و z_D على الشكل الأسي ثم استنتج الشكل الأسي للعدد z_C.

Ⓑ عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $(z_C-z_B)^n$ عددا حقيقيا.

2) Ⓐ بيّن أنّ $z_B-z_A=i(z_C-z_A)$ ثمّ استنتج طبيعة المثلث ABC واحسب مساحته.

Ⓑ استنتج أنّ: B هي صورة C بدوران r يطلب تعيين عناصره المميزة.

3) اكتب على الشّكل الجبري العدد المركب L حيث $L=\dfrac{z_C-z_A}{z_C}$.

4) بيّن أنّ : $L=\dfrac{\sqrt{6}}{2}\left(\cos\dfrac{\pi}{12}+i\sin\dfrac{\pi}{12}\right)$

5) (Γ) مجموعة النقط M من المستوي، ذات اللاحقة z حيث : $\arg(z+4)=\dfrac{\pi}{4}$.

- تحقّق أنّ النقطة D تنتمي إلى (Γ)، ثمّ عيّن المجموعة (Γ) .

BAC

التمرين الثالث: (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية بحدها الأول $u_0 = 0$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2u_n + 2}{u_n + 3}$ ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كلّ عدد طبيعي n بـ : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$.

1) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدّها الأول v_0 .

2) ⓐ عبّر بدلالة n عن عبارة الحد العام v_n .

ⓑ استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n ، ثم احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

3) ⓐ احسب بدلالة n المجموع: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$.

ⓑ تحقق أن: $\frac{1}{u_n + 2} = \frac{1}{3}(1 - v_n)$ وذلك من أجل كلّ عدد طبيعي n.

ⓒ استنتج بدلالة n المجموع: $S_n' = \frac{1}{u_0 + 2} + \frac{1}{u_1 + 2} + ... + \frac{1}{u_n + 2}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = x + 1 - x\ln x$.

1) أ- احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاّ وحيدا α حيث : $3,5 < \alpha < 3,6$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{\ln x}{x+1}$. (C_f) تمثيلها البياني

1) بيّن أنّ (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما $x = 0$ و $y = 0$.

2) أ- برهن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x+1)^2}$.

ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

جـ- اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

د- احسب $\lim\limits_{x \to \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ ، فسّر النتيجة هندسيا.

3) بيّن أنّ: $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha}$ ، ثم ارسم (C_f).

4) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي الموجب تماما x و m وسيط حقيقي:

$x^2 + x - 2m(x+1) = \ln(x^2)$ ... (E) .

أ- تحقّق أنّ المعادلة (E) يؤول حلها إلى حل المعادلة: $f(x) = \frac{1}{2}x - m$.

ب- عيّن بيانيا قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة (E) حلّين متمايزين.

5) h هي الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $h(x) = \frac{\ln|x|}{-|x|-1}$ و (C_h) منحناها البياني في المستوي.

أ- بيّن أنّ الدالة h زوجية.

ب- ارسم في نفس المعلم المنحنى (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f).

بالتوفيق

انتهى الموضوع الثاني