

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (4 نقاط)

لكل سؤال إجابة واحدة صحيحة ، اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير :

(1) - ليكن العدد المركب z حيث : $|z| + \bar{z} = 6 - 2i$ ، الشكل الجبري لـ z هو :

أ ($\frac{8}{3} - 2i$) ب ($\frac{-8}{3} - 2i$) ج ($\frac{8}{3} + 2i$)

(2) - في المستوي المركب مجموع النقط M ذات اللاحقة $z = x + iy$ والتي تحقق : $|z - 1| = |z + i|$ هي :

أ ($y = x - 1$) ب ($y = -x$) ج ($y = -x + 1$)

(3) - حل المعادلة $\frac{z-4}{z} = i$ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ هو :

أ ($2 + 2i$) ب ($-1 + i$) ج ($4 - i$)

(4) - ليكن z_1 و z_2 العددين المركبين المعرفين بـ : $z_1 = \sqrt{3} - i$ و $z_2 = 2i - z_1$ ، الشكل المثلثي للعدد $\frac{z_2}{z_1}$ هو :

أ ($\sqrt{3}(\cos(\frac{5\pi}{6}) + i \sin(\frac{5\pi}{6}))$) ب ($2(\cos(\frac{\pi}{3}) + i \sin(\frac{\pi}{3}))$) ج ($-(\cos(\frac{3\pi}{4}) - i \sin(\frac{3\pi}{4}))$)

التمرين الثاني: (4.25 نقاط)

يحتوي كيس على 4 كرات تحمل الرقم a و 5 كرات تحمل الرقم $(a - 1)$ ، حيث $a \in \mathbb{R}$.
نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كرات من الكيس (الكرات لا نفرق بينها عند اللمس) .

(1) - أحسب إحتمال الأحداث التالية :

A : " سحب ثلاث كرات تحمل نفس العدد " .

B : " سحب كرتين بالضبط تحمل نفس العدد " .

(2) - نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب مجموع الأعداد المسجلة على الكرات المسحوبة .

أ - عين قيم المتغير العشوائي X .

ب - عين قانون إحتمال المتغير العشوائي X .

ج - أثبت أن الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X هو $E(X) = \frac{252a - 140}{84}$.

د - حدد قيمة a حتى يكون $E(X) = 0$.

التمرين الثالث: (5.75 نقاط)

(1) - نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) ذات المجهول (x, y) : $4x - 9y = 5$.

أ - تحقق أن $(-1, -1)$ هو الحل الخاص للمعادلة (E) .

ب - بين أنه إذا كانت الثنائية (x, y) حل للمعادلة (E) فإن : $x \equiv 8[9]$ ، ثم استنتج حلول المعادلة (E) .

ج - α عدد طبيعي يكتب 43 في نظام التعداد الذي أساسه x و يكتب 98 في نظام التعداد الذي أساسه y حيث : $x \leq 35$ و $y \leq 15$.

- عين القيم الممكنة لـ x و y ثم اكتب α في النظام العشري .

(2) - نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث $a = 9n + 8$ و $b = 4n + 3$ و ليكن d قاسمهما المشترك الأكبر .

أ - ما هي القيم الممكنة لـ d ؟ (لاحظ أن الثنائية (a, b) حل للمعادلة (E)) .

ب - عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $d = 5$.

(3) - من أجل كل عدد طبيعي n نضع $A = 9n^2 + 17n + 8$ و $B = 4n^2 + 7n + 3$.

أ - بين أن العدد $(n + 1)$ يقسم كل من العددين A و B .

ب - استنتج حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B .

التمرين الرابع: (6 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $[1; +\infty[$ بـ : $f(x) = 1 + \sqrt{x-1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى العلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، وليكن (Δ) المستقيم ذا المعادلة $y = x$.

(U_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول U_0 حيث $U_0 = \frac{5}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1} = f(U_n)$.

1- أ - باستعمال المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) (في الوثيقة المرافقة)، مثل على حامل محور الفواصل الحدود U_3, U_2, U_1, U_0 مبرزا خطوط التمثيل.

ب - ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها.

2- أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < U_n < 2$.

ب - أثبت أن المتتالية (U_n) متزايدة تماماً على $\mathbb{N}$.

ج - استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة وعين نهايتها.

3- نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة كمايلي : من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = \ln(U_n - 1)$.

أ - برهن أن المتتالية (V_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ و عين حدها الأول V_0 .

ب - أكتب V_n بدلالة n و استنتج U_n بدلالة n .

ج-) احسب بدلالة n المجموع S_n و الجداء P_n حيث :

$$S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$$
$$P_n = (U_0 - 1) \times (U_1 - 1) \dots \times (U_n - 1)$$

بالتوفيق