

إختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضياتالتمرين الأول: (06 نقاط)

إختر الجواب الصحيح مع التعليل:

السؤال	الجواب-1-	الجواب-2-	الجواب-3-
(u_n) متتالية حدها الأول u_0 و $u_{n+1} = \ln(2e^{u_n} - 3)$ قيمة u_0 حتى تكون (u_n) ثابتة هي :	$u_0 = 3$	$u_0 = \ln 3$	$u_0 = -\ln 3$
الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $[x \ln(x)]y' - 2 = 0$ الذي يحقق $y(e) = 1$ هو :	$y = \ln(\ln x)^2 + 1$	$y = 2 \ln(\ln x) + 1$	$y = 2 \ln \ln x $
عبارة الدالة الأصلية للدالة $f(x) = xe^{-x}$ و التي تنعدم من أجل $x = 0$ هي :	$-\frac{x+1}{e^x}$	$\frac{x+1}{e^x} - 1$	$-\frac{x+1}{e^x} + 1$
(u_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} بـ $u_n = \int_0^n 2^x dx$	(u_n) متزايدة تماما	(u_n) متناقصة تماما	ثابتة

التمرين الثاني: (07 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ $u_1 = \frac{1}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_{n+1} = \left(\frac{n+1}{2n}\right) u_n$

(1) أحسب الحدود u_2 ، u_3 و u_4

(2) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن $0 < u_n$

ب- أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) و استنتج أنها متقاربة ثم أحسب نهايتها

(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على \mathbb{N}^* كما يلي: $v_n = \frac{u_n}{2n}$

أ- برهن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب حساب حدها الأول

ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن $u_n = \frac{n}{2^n}$

ج- أحسب المجموع S_n بدلالة n حيث : $S_n = \frac{2}{u_1} + \frac{4}{u_2} + \frac{6}{u_3} + \dots + \frac{2n}{u_n}$

(4) نعتبر المتتالية (t_n) المعرفة على \mathbb{N}^* بـ $t_n = \ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$

أ- أدرس اتجاه تغير المتتالية (t_n) ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} t_n$

ب- هل (t_n) و (u_n) متجاورتين؟ علل إجابتك

التمرين الثالث: (07نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ $g(x) = -1 - \frac{1}{x^2} + 2\ln x$

1) أدرس تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها

2) أثبت ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.89 < \alpha < 1.90$

3) إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = -x - 2 + \frac{3+2\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس (O, \vec{i}, \vec{j})

1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و فسر النتيجة بيانيا ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب- بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ فإن : $f'(x) = \frac{1}{x^2} \times g\left(\frac{1}{x}\right)$

ج- إستنتج أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0; \frac{1}{\alpha}]$ و متناقصة تماما على المجال $[\frac{1}{\alpha}; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها

2) أ- بين أن المنحني (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له

ب- أدرس الوضع النسبي لـ (Δ) و (C_f)

3) أرسم المنحني (C_f) . (نأخذ $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) = 0.7$)

4) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) و المستقيمات ذات المعادلات $x = 1$; $x = e$; $y = -x - 2$

بالتوفيق