

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (3 نقاط)

- (1) - حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z^2 + 6z + 34 = 0$.
- (2) - نعتبر في المستوى المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ النقط A, B, C لواحقتها على الترتيب : $z_A = 2, z_B = -3 + 5i, z_C = -3 - 5i$.
احسب طوليلة و عمدة العدد $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .
- (3) - أ - عين z_D لاحقة النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.
ب - عين مجموعة النقط M من المستوى ذات اللاحقة z حيث :
- $$z = 2 + ke^{\frac{\pi}{4}i} \quad \text{مع} \quad k \in \mathbb{R}_+^*$$

التمرين الثاني: (5 نقاط)

- يحتوي كيس على خمس كرات بيضاء مرقمة بـ 1، 1، 1، 0، و -1 و خمس كرات سوداء مرقمة بـ 1، 1، 0، 0، و -1 لا نفرق بينها عند اللمس .
نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كرات من الكيس.
- (1) - نعتبر الأحداث التالية :
- A : " الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط " .
B : " الحصول على كرة بيضاء على الأقل " .
C : " الكرات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون " .
D : " الحصول على اللونين الأبيض والأسود " .
F : " مجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة يساوي 0 " .
- أ - أحسب إحتمال الأحداث : A ، B ، و C .
ب - بين أن $P(D) = \frac{5}{6}$ ، $P(F) = \frac{31}{120}$ ، و $P(C \cap F) = \frac{7}{120}$.
ج - إذا كان مجموع أرقام الكرات المسحوبة يساوي 0 ما هو إحتمال أن تكون الكرات الثلاث من نفس اللون ؟
- (2) - نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات التي تحمل الرقم -1 .

- أ - عين قيم المتغير العشوائي X .
 ب - عين قانون احتمال المتغير العشوائي X .
 ج - احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

التمرين الثالث: (6 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{7x}{2x+1}$.
 (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، وليكن (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ (انظر الشكل في الوثيقة المرافقة).

- (1) - أ - ادرس إتجاه تغير الدالة f على المجال $[0; +\infty[$.
 ب - بين أنه من أجل كل $x \in [0, 3]$ فإن $f(x) \in [0, 3]$.
 (2) - نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بحدها الأول U_0 حيث : $U_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$$U_{n+1} = f(U_n)$$

- أ - باستعمال المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) ، مثل على حامل محور الفواصل الحدود U_2, U_1, U_0 ، دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل.
 ب - ضع تخميننا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها .
 (3) - أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq U_n \leq 3$.
 ب - ادرس إتجاه تغير المتتالية (U_n) .
 ج - استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة ثم احسب نهايتها .

(4) - نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة كمايلي: من أجل كل عدد طبيعي n ، $V_n = \frac{U_n}{3 - U_n}$.

- أ - برهن أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .
 ب - اكتب عبارة V_n بدلالة n .

(5) - احسب بدلالة n المجموع S_n حيث :

$$S_n = V_0^2 + V_1^2 + \dots + V_n^2$$

التمرين الرابع: (6 نقاط)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = e^{x-2} + 1 - x$.

- (1) - برر أن g قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ثم احسب $g'(x)$.
 (2) - عين إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها (النهايات غير مطلوبة).

(3) - استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x - 1 + \frac{x}{e^{x-2}}$.
و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) - أ - أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب - أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)]$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f) .

(2) - بتن أن الدالة المشتقة $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x-2}}$.

(3) - استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها ، و أن النقطة التي فاصلتها 2 نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) .

(4) - بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (D) معامل توجيهه 1 يطلب تعيين معادلته.

(5) - بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0, 1; 0, 2[$.

(6) - ارسم المنحنى (C_f) الممثل للدالة f والمستقيم (D) .

بالتوفيق