

(u_n) متتالية عددية معرفة بحددها الأول $u_0 = \frac{1}{5}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 1 - \frac{1}{2u_n + 1}$.

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن : $0 < u_n < \frac{1}{2}$.
2. أ) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(1-2u_n)}{2u_n + 1}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
ب) بين أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم أحسب نهايتها .

3. لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كمايلي : $v_n = \frac{5^n u_n}{2u_n - 1}$.
أ - بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 10 يطلب حساب حددها الأول .
ب . أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم بين أن $u_n = \frac{2^n}{2^{n+1} + 3}$ ، أحسب نهاية (u_n) .

أحسب بدلالة n المجموع S_n : $S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \dots + \frac{1}{u_n}$

التمرين الثاني (4 نقاط) :

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة C : $(z - \sqrt{3})(z^2 - \sqrt{3}z + 1) = 0$.
المستوي المركب منسوب إلى معلم $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ ، لتكن A ، B و C نقط لواحقها على الترتيب :

$$z_C = \bar{z}_A \quad , \quad z_B = \sqrt{3} \quad , \quad z_A = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

2. أثبت أن $z_A^{1962} + z_C^{2016} = 0$ ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$

حقيقي موجب

3. أكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الأسّي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .
4. عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $\frac{z - z_A}{z - z_C}$ تخيليا صرفا :)

$$z \neq z_C$$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 8 كرات لا نميز بينها عند اللمس منها: 4 كرات بيضاء تحمل الأرقام: 0، 1، 1، 2. و 4 كرات حمراء تحمل الأرقام: 1، 1، 2، 2.

(1) نسحب ثلاث كرات في آن واحد من هذا الكيس.

❖ أحسب احتمال الحوادث التالية:

A : " الكرات المسحوبة تحمل نفس الرقم " . B : " الكرات المسحوبة من نفس اللون " .

C : " الكرات المسحوبة أقاربها مختلفة مثنى مثنى " .

(2) X هو المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات التي تحمل رقم 1.

❖ أكتب قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضي.

❖ أحسب التباين والانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

التمرين الرابع: 07 نقاط:

1. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

(C_f) التمثيل البياني لدالة f في معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

أ. أحسب نهايتي f عند $+\infty$ و 0

ب. أحسب $f'(x)$ حيث f' الدالة المشتقة لدالة f

ت. استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

2. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ : $g(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}$

(C_g) التمثيل البياني لدالة g في معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

أ. أحسب نهايتي f عند $+\infty$ و 0 (لاحظ أن $\left(\frac{\ln \sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)^2 = \frac{(\ln x)^2}{x}$)

ب. تحقق من أجل $x > 0$ أن : $g'(x) = \frac{\ln x(2 - \ln x)}{x^2}$

ت. استنتج اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

3. أ. بين أن المنحنيين (C_f) و (C_g) يتقاطعان في نقطتين يطلب تعيينهما

ب. أدرس الوضعية النسبية للمنحنيين (C_f) و (C_g)

ج. أرسم المنحنى (C_g)

4. حل في المجال $]0, +\infty[$ المعادلة $(\ln x)^2 - 3 \ln x + 1 = 0$

- عين فواصل النقط التي يكون فيها مماس المنحنى (C_f) يوازي مماس المنحنى (C_g)

بالتوفيق في امتحان شهادة البكالوريا