إختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (7ن)

لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة على N بـ : $u_1 = \frac{1}{2}$ و $u_0 = -1$

ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n$

1 / أحسب u_2 وإستنتج أن المتتالية (u_n) لا حسابية و لاهندسية

2 / نعرف من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$

أ) برهن أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ وأحسب حدها الأول V_0 .

ب) عبر عن V_n بدلالة n .

ج) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$

3 / نعرف من أجل كل عدد طبيعي n : $K_n = \frac{u_n}{V_n}$

أ) أثبت أن (K_n) متتالية حسابية أساسها $r = 2$.

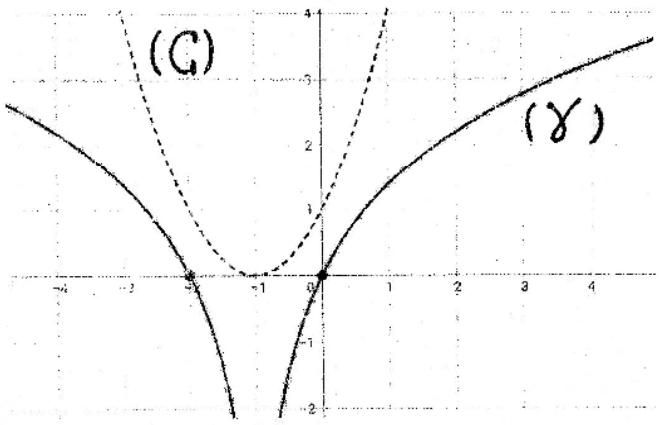
ب) أكتب K_n بدلالة n ، ثم إستنتج u_n بدلالة n

ج) أحسب بدلالة n المجموع : $T_n = u_0 + 2u_1 + 2^2u_2 + \cdots + 2^nu_n$

4/ بوضع $E_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$

برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $E_n = 2 - \frac{2n+3}{2^n}$

التمرين الثاني : (13)



المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

I – (γ) هو التمثيل البياني للدالة $x \mapsto ln(x+1)^2$
و (C) هو التمثيل البياني للدالة $x \mapsto (x+1)^2$

1 / بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة إلى (C) على $R - \{-1\}$

1

2 / g دالة معرفة على $R-\{-1\}$ بـ : $g(x)=(x+1)^2-ln(x+1)^2$

إستنتج أن $g(x)>0$ من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -1 .

II_ نعتبر الدالة f المعرفة على $R-\{-1\}$ بـ : $f(x)=\frac{2}{x+1}+\frac{ln(x+1)^2}{x+1}+x+2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1 / أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها ، ثم فسّر النتيجة بيانيا .

2 / أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -1 أن : $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$

ب - عين إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج - بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+2$ مقارب لـ (C_f).

د - ادرس وضعية المستقيم (Δ) بالنسبة للمنحنى (C_f) .

3 / أ - تحقق أن النقطة $A(-1,1)$ هي مركز تناظر لـ (C_f) .

ب - بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين مختلفين α ، β حيث : $-0,7<\alpha<-0,6$ و $-1,5<\beta<-1,4$.

ج - بين أن (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) يوازيان المستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلتيهما .

4 / أنشئ كل من (T_1) ، (T_2) ، (Δ) و المنحنى (C_f).

5 / ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x)=x+m$

6 / أ - بين أن الدالة F المعرفة على $R-\{-1\}$ هي دالة أصلية لـ f حيث :

$$F(x)=\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{1}{4}[ln(x+1)^2]^2+2ln|x+1|$$

ب - أحسب مساحة الحيز المستوي المحصور بين حامل محور الفواصل و المنحنى (C_f) والمستقيمان اللذان معادلتاهما $x=0$ و $x=2$.

بالتوفيق

أساتذة المادة