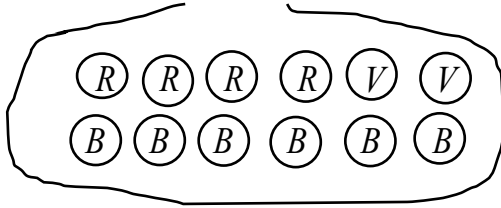


التمرين الأول: (6 نقاط)



كيس يحتوي على 12 كرة متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس منها 4 كرات حمراء، 6 بيضاء و كرتين خضراوين (انظر الشكل)
نسحب من الكيس 3 كرات في آن واحد و نعتبر الحادثتين التاليتين:
A " الكرات الثلاثة المسحوبة من نفس اللون "
B " من بين الكرات الثلاثة المسحوبة توجد فقط كرتين بيضاوين "

(1) اذكر لماذا لدينا تساوي الإحتمال؟ ثم بين أن: $P(A) = \frac{6}{55}$

(2) احسب $P(B)$ ثم استنتج $P(A \cup B)$

(3) ليكن المتغير العشوائي X الذي يتمثل في اللعبة التالية:

- نربح ثلاث نقط (3) إذا كانت الكرات الثلاثة المسحوب من نفس اللون.
- نخسر ثلاث نقط (-3) إذا كانت الكرات الثلاثة المسحوب مختلفة الألوان مثنى مثنى.
- لا نربح أية نقطة (0) إذا كانت كرتين فقط من الكرات الثلاثة المسحوبة من نفس اللون .

x_i	-3	0	3
$P(X = x_i)$	...	...	$\frac{6}{55}$

أ - اكمل الجدول المقابل:

ب - احسب $P(X^2 - 9 = 0)$

ج - احسب الأمل الرياضي $E(X)$. - ماذا تستنتج بالنسبة للعبة؟ علل

التمرين الثاني: (6 نقاط)

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $u_0 = 0$ و من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} = \frac{1}{2}\sqrt{u_n^2 + 3}$

(1) أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0 \leq u_n \leq 1$

ب - بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

(2) (v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $v_n = u_n^2 + \alpha$ ($\alpha \in \mathbb{R}$)

أ - اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة v_n و α .

ب - عين العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{4}$

ج - نضع $\alpha = -1$ - اكتب بدلالة n كل من عبارة v_n و u_n .

- استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$.

- اوجد بدلالة n المجموع s_n حيث: $s_n = u_0^2 + u_1^2 + \dots + u_n^2$

التمرين الثالث: (8 نقاط)

(I) $g(x) = 1 - ex - 2 \ln x$ دالة معرفة على $]0; +\infty[$ ب: $g(x) = 1 - ex - 2 \ln x$

(1) بين أن الدالة g متناقصة تماما على $]0; +\infty[$.

(2) أ - بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[0,5; 1]$.

ب - اوجد حصرا للعدد α سعته $0,1$

ج - استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

(II) لتكن f الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = \frac{ex + \ln x}{x^2}$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجةين بيانيا.

(2) أ - بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

ب - استنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أن: $f(\alpha) = \frac{e\alpha + 1}{2\alpha^2}$ ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(4) أنشئ المنحنى (C_f) في معلم متعامد و متجانس حيث طول الوحدة هي $2cm$.

(5) عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x) = |m|$ حولا في $\mathbb{R}$.

بالتوفيق