

المسألة : (بكالوريا 1973):

(I) نُذكر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t} = 0$. نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R}_+ كما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = 0 ; x = 0 \\ f(x) = \sqrt{x} \ln x ; x > 0 \end{cases}$$

(1) أ- بوضع $\frac{1}{t} = \sqrt{x}$ ، أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. (ن0.75+ن1.25).

ب- هل الدالة f مستمرة من اليمين من أجل $x = 0$ ؟ (ن0.75).

(2) برهن أنّ الدالة f مستمرة على \mathbb{R}_+^* . (ن0.75).

(3) أ- نضع $t = \sqrt{x}$ ، ماهي $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ ؟ (ن1).

ب- هل الدالة f قابلة للإشتقاق من اليمين من أجل $x = 0$ ؟ فسر النتيجة هندسياً. (ن0.5+ن1.5).

ج- ماهي النهاية: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ ؟ أدرس تغيّرات الدالة f . (ن4.25+ن1).

(4) ليكن (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f ، برهن أنّ للبيان (C_f) نقطة إنعطاف ، يُطلب تعيين إحداثياتها. (ن2).

(5) أرسم المنحنى البياني (C_f) في المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (ن0.25+ن0.25+ن0.5).

(II) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R}_+ كما يلي:

$$\begin{cases} g(x) = 0 ; x = 0 \\ g(x) = \frac{2}{3} x \sqrt{x} \ln x - \frac{4}{9} x \sqrt{x} ; x > 0 \end{cases}$$

(1) برهن أنّ الدالة g قابلة للإشتقاق من اليمين من أجل $x = 0$. (ن1.25).

(2) برهن أنّ الدالة g قابلة للإشتقاق على \mathbb{R}_+ و أحسب مشتقتها. (ن1+ن0.5).

(3) ليكن λ عدداً حقيقياً أكبر من 1.

أ- أحسب المساحة $S(\lambda)$ للحيز المستوي المحدود بالمنحنى (C_f) و المستقيم (xx') و المستقيمين الممثلين بالمعادلتين: $x = \lambda$ ، $x = 1$. (ن1).

ب- ماهي $\lim_{\lambda \rightarrow 0^+} S(\lambda)$ ؟ (ن0.5).

ج- أحسب المساحة S' للحيز المستوي المحدود بالمنحنى (C_f) و المستقيم (xx') و المستقيمين الممثلين بالمعادلتين: $x = 1$ ، $x = e^{-2}$. (ن1).

ملاحظات هامة جداً:

(1) يُمنع منعاً باتاً التشطيب و الكتابة تكون إما بالأزرق أو الأسود .

(2) لا تكتب ولا تُلطخ هذه الورقة لأنك سترجعها مع ورقة الإجابة .