

• التمرين الأول : (10 نقاط)

1. نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} كثير الحدود : $P(z) = z^3 - 2\sqrt{3}z^2 + 4z$

1. حل في \mathbb{C} المعادلة : $P(\bar{z}) = 0$

2. في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد متجانس (o, \vec{u}, \vec{v}) نعتبر النقطتين A و B حيث :

$$z_B = \sqrt{3} - i, \quad z_A = \sqrt{3} + i$$

1. اكتب العددين z_B ، z_A على الشكل الأسّي ، ثم أنشئ النقطتين A و B .

2. r دوران مركزه O ، و زاويته $\frac{\pi}{3}$

- عين $z_{A'}$ لاحقة النقطة A' صورة A بالدوران r .

- اكتب $z_{A'}$ على الشكل الجبري ، ثم أنشئ النقطة A' .

3. h تحاكي مركزه O ، و نسبته $\frac{-3}{2}$

- اكتب على الشكل المثلثي $z_{B'}$ لاحقة النقطة B' صورة B بالتحاكي h ، ثم أنشئ النقطة B' .

4. ω مركز الدائرة (C) المحيطة بالمثلث $OA'B'$ ، و R نصف قطرها ، و z_ω لاحقة النقطة ω .

(أ) باستعمال الخاصة : $z\bar{z} = |z|^2$ تحقق من صحة العبارات التالية : $z_\omega \bar{z}_\omega = R^2$

$$(z_\omega - 2i)(\bar{z}_\omega + 2i) = R^2, \quad \left(z_\omega + \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i \right) \left(\bar{z}_\omega + \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i \right) = R^2$$

(ب) استنتج أن : $z_\omega - \bar{z}_\omega = 2i$ و $z_\omega + \bar{z}_\omega = \frac{-4\sqrt{3}}{3}$

(ج) استنتج z_ω لاحقة النقطة ω و قيمة R . ثم أنشئ الدائرة (C)

5. عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي (M) تختلف عن A و B ذات اللاحقة z التي يكون من أجلها العدد

$$\frac{z_A - z}{z_B - z}$$

حقيقيا سالبا تماما .