

إخـتـبـار الثـلـاثـي الأول في مادة : الرياضيات

التعريف الأول

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة مما يلي :

(1) المتتالية (w_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $w_{n+1} = w_n + n$ هي متتالية حسابية.

(2) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 2017 + 2018 = 2037171$

(3) g الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = \frac{2x^3 + 7x^2 + 1}{x^2}$ ، الدالة الأصلية G للدالة g والتي تحقق $G(1) = 3$ هي :

$$G(x) = x^2 + 7x - 4 - \frac{1}{x}$$

التعريف الثاني

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول : $u_0 = \alpha$ (α عدد حقيقي) ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + \frac{3}{2}$.

(I) عين قيم العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة .

(II) في كل ما يلي : $\alpha = 3$.

(1) أحسب u_1, u_2 و u_3 .

(2) أـ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n < 6$.

بـ بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما .

جـ استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = u_n - 6$.

أـ بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول .

بـ أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 3 \left[2 - \left(\frac{3}{4} \right)^n \right]$.

جـ ماهي نهاية المتتالية (u_n) ؟

(4) أحسب بدلالة n المجموعين S_n و S'_n حيث :

$$S'_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n \quad \text{و} \quad S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$$

$f(x) = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$: $\mathbb{R} - \{-1\}$ على f الدالة العددية المعرفة

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسياً.

(2) عيّن العددين a و b بحيث يكون من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1\}$: $f(x) = ax + \frac{b}{x + 1}$

(3) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(4) أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1\}$ فإن : $f'(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$. f' هي الدالة المشتقة للدالة f .

ب- عيّن اتجاه تغير الدالة f على مجالي مجموعة تعريفها ثم شكّل جدول تغيراتها.

(5) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

(6) بين أن النقطة $\Omega(-1; -1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

(7) أنشئ كلاماً من : (Δ) ، (T) و (C_f) .

(8) عيّن بيانياً قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x) = m$ حلان مختلفان.