

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

الدالة العددية f المعرفة على $[-1;3]$ بتمثيلها البياني (C)

أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

(01) من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-1;1]$: $f'(x) > 0$

(02) الدالة الأصلية F للدالة f متزايدة على المجال $[1;3]$

(03) المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين على المجال $[-1;3]$

(04) $f'(1) = 0$

(05) $f\left(-\frac{1}{2}\right) < f\left(\frac{1}{2}\right)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

ليكن كثير الحدود: $P(x) = x^3 - 3x^2 - 4x + 12$

(01) عين الأعداد الحقيقية $a; b; c$ حتى يكون من أجل كل عدد حقيقي:

$$P(x) = (x-3)(ax^2 + bx + c)$$

(02) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $P(x) = 0$

(03) استنتج حلول المعادلتين: $(\ln x)^3 - 3(\ln x)^2 - 4\ln x + 12 = 0$ ثم $e^{2x} - 3e^x - 4 + 12e^{-x} = 0$

التمرين الثالث: (04 نقاط):

يزداد عدد سكان مدينة A بـ 160 نسمة كل سنة في حين يزداد عدد سكان مدينة B بنسبة 3% في كل سنة.

في نهاية سنة 2007 كان عدد سكان كل من المدينتين 10000 نسمة.

نرمز بـ u_n و v_n لعدد سكان المدينتين A و B على الترتيب في نهاية السنة $(2007+n)$

1) عين u_0 و v_0 ، ثم احسب u_1 و v_1

2) اكتب u_{n+1} بدلالة u_n مبينا أن المتتالية (u_n) حسابية ، ثم عبر عن u_n بدلالة n

3) اكتب v_{n+1} بدلالة v_n مبينا أن المتتالية (v_n) هندسية ، ثم عبر عن v_n بدلالة n

قارن بين عددي سكان المدينتين في نهاية سنة 2011 ، و في نهاية سنة 2022 .

التمرين الرابع: (08 نقاط):

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (تؤخذ وحدة الطول $0.5cm$)

1-أ- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ و فسر النتيجة بيانيا.

2-أ- تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي يختلف عن 1 : $f(x) = x - 1 + \frac{4}{x - 1}$

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x + 1]$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x + 1]$ ثم فسر النتائج هندسيا .

ج- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - 1$

3-أ- بين انه من اجل كل عدد حقيقي يختلف عن 1 : $f'(x) = \frac{(x+1)(x-3)}{(x-1)^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4- اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

5- بين انه من اجل كل عدد حقيقي يختلف عن 1 : $f(2-x) + f(x) = 0$ ، ماذا تستنتج ؟

6- انشئ (Δ) و (T) و (C_f)

7- m وسيط حقيقي ، ناقش و حسب قيم m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x) = m$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط):

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة مع التبرير:

(01) حل المعادلة $\ln(x-2)=1$ على المجال $]2;+\infty[$ هو:

(أ) $2-e$ (ب) $2+e$ (ج) $-2+e$

(02) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x^2 - 2x + 2)e^x$ تمثيلها البياني يقبل نقطة انعطاف I

احداثياتها هي:

(أ) $I(-2; 2)$ (ب) $I(0; 3)$ (ج) $I(0; 2)$

(03) العدد $\ln(4^n) - n \ln(2)$ حيث $n \in \mathbb{N}$ يساوي:

(أ) $n \ln(2)$ (ب) $\frac{\ln(4)}{\ln(2)}$ (ج) 2

(04) القيمة المتوسطة m للدالة f على المجال $[1; 2]$ حيث: $f(x) = \frac{1}{x} + e^x$

(أ) $\ln(2) - e^2 + e$ (ب) $\ln(2) + e^2 + e$ (ج) $\ln(2) + e^2 - e$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(I) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 2x + \frac{1}{2}$

(1) أعط دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

(2) أعط كل الدوال الأصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

(3) جد الدالة الأصلية F للدالة f و التي تحقق: $F(1) = 2$ على $\mathbb{R}$.

(II) g و G دالتان معرفتان على $]1;+\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{3}{(1-x)^2}$ و $G(x) = \frac{2x+1}{1-x}$

(1) بين أن الدالة G أصلية للدالة g على $]1;+\infty[$.

(2) استنتج الدالة الأصلية G للدالة g التي تأخذ القيمة $\frac{1}{2}$ عند 3.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n يكون $6u_{n+1} = 5u_n + 4$

(1) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، يكون $u_n < 4$

ب- بين أن المتتالية (u_n) متزايدة ، ثم استنتج أنها متقاربة .

- 1) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 4$
- أ- بين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{5}{6}$ ، يطلب تعيين حدها الأول v_0 .
- ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج u_n بدلالة n
- ج- أحسب $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$
- د- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_0 + u_1 + \dots + u_n = 15 \left(\frac{5}{6} \right)^n + 4n - 14$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

- I. دالة معرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب : $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$
- 1- ادرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها .
- 2- بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.31 < \alpha < 1.32$
- 3- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$
- II. f دالة معرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب : $f(x) = x - 2 + \frac{1 - \ln x}{x}$
- 1- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و بين ان $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ و فسر النتيجة بيانيا (تذكير $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$)
- 2- أ- بين ان $y = x - 2$ معادلة المستقيم المقارب المائل (Δ) للمنحنى (C_f)
- ب- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)
- 3- بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من D_f : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ، استنتج جدول تغيرات الدالة f .
- 4- أ- بين ان $f(\alpha) = 2\alpha - 2 - \frac{1}{\alpha}$ ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$
- ب- هل توجد مماسات للمنحنى (C_f) توازي المستقيم (Δ) .
- ج- ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .
- III. F دالة معرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب : $F(x) = \frac{x^2}{2} - 2x + \ln x - \frac{(\ln x)^2}{2}$
- 1- بين ان F دالة اصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$.
- 2- احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و (Δ) و المستقيمين $x = e$ و $x = 1$