

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

المستوى : 3ت إ

ثانوية وريدة مداد - الحراش -

المدة: 03 ساعات و نصف

الاختبار الثالث في مادة: الرياضيات

2014/2015

الموضوع الأول

التمرين الاول: (5 نقط)

يحتوي كيس على 4 كرات حمراء و 2 سوداء لا نفرق بينها في اللمس

(1) نسحب عشوائيا و بدون ارجاع كرتين من الكيس . نرسم بـ

A_0 للحادثة : لم نتحصل على اي كرة سوداء

A_1 للحادثة : تحصلنا على كرة سوداء واحدة

A_2 للحادثة : تحصلنا على كرتين سوداويتين

احسب احتمالات هذه الحوادث A_0 ، A_1 ، A_2 .

(2) بعد هذا السحب تبقى في الكيس 4 كرات. نقوم من جديد بسحب عشوائي و بدون ارجاع

للكرتين. نرسم بـ :

B_0 للحادثة : لم نتحصل على اي كرة سوداء في السحب الثاني

B_1 للحادثة : تحصلنا على كرة سوداء واحدة في السحب الثاني

B_2 للحادثة : تحصلنا على كرتين سوداويتين في السحب الثاني

أ) احسب $P_{A_0}(B_0)$ ، $P_{A_1}(B_0)$ ، $P_{A_2}(B_0)$ ،

التمرين الثاني: (4 نقط)

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بـ $U_0 = 4$ و $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n - 1$

(1) بين انه من اجل كل عدد طبيعي $n : U_n > -2$

(2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) . برر لماذا المتتالية (U_n) متقاربة.

(3) نعرف متتالية (V_n) على $\mathbb{N}$ كمايلي: $V_n = U_n + \alpha$ حيث α عدد حقيقي

أ) عين α حتى تكون المتتالية (V_n) هندسية. يطلب تعيين اساسها و حدها الاول

ب) عبر عن كل من U_n و V_n بدلالة n

ج) عين نهاية المتتالية (U_n) .

التمرين الثالث : (4 نقط)

لكن الدالة g المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{1}{x(x^2-1)}$

(1) أ / عين الاعداد الحقيقية a, b, c بحيث من اجل كل $x > 1$ يكون :

$$g(x) = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x-1}$$

ب / اوجد دالة اصلية G للدالة g على المجال $]1; +\infty[$

(2) نعرف دالة f على $]1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{2x}{(x^2-1)^2}$

اوجد دالة اصلية F للدالة f على $]1; +\infty[$

التمرين الرابع: (7 نقط)

الجزء الاول:

دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^x + x + 1$

(1) احسب النهايات عند اطراف مجال التعريف

(2) ادرس تغيرات g و انجز جدول تغيراتها

(3) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $-2 < \alpha < -1$

(4) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

الجزء الثاني:

دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{xe^x}{e^x+1}$

(1) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x يكون $f(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x+1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

(2) بين ان $f(\alpha) = \alpha + 1$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

(3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة التي فاصلتها 0 ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (T)

(4) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$ ثم شكل جدول تغيراتها
(يعطى $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$) .

(5) برهن ان المستقيم (D) الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$
■ ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (D)

(6) ارسم (D) , (T) , (C_f) في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$
نضع $\alpha = -1.5$ و $f(\alpha) = -0.5$

الموضوع 2

التمرين 1 : 6 ن

(1) $g(x) = x^3 - 3x - 3$ بالعبارة $\mathbb{R}$ على دالة معرفة

أ. أدرس تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$.

ب. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ لها حل وحيد α حيث : $2 < \alpha < 3$.

ج. عين إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(2) $f(x) = \frac{2x^3+3}{x^2-1} + 1$ بالعبارة $\mathbb{R} - \{-1,1\}$ دالة معرفة على

أ. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $\mathbb{R} - \{-1,1\}$ $f'(x) = \frac{2x \times g(x)}{(x^2-1)^2}$

حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f .

ب. إستنتج اتجاه تغير f على $\mathbb{R} - \{-1,1\}$ ثم شكل جدول التغيرات.

ج. بين أن المستقيم ذا المعادلة $y = 2x + 1$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) ثم ادرس

الوضع النسبي لهذا المستقيم بالنسبة إلى (C_f) .

د. أوجد فواصل النقط من (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم المقارب المائل.

هـ. ارسم (C_f) و المستقيمات المقاربة ($f(\alpha) = 7.6$ $\alpha = 2.2$).

التمرين 2 : 4 ن

أعطت نتائج دراسة حول منتج مستهلك السلسلة الإحصائية (x_i, y_i) التالية

السنة	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
الرتبة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
i										
y_i بالآلاف	25.4	26.8	31.1	28.0	33.2	32.0	32.2	37.2	39.3	47.7

(1) مثل سحابة النقط للسلسلة (x_i, y_i) في معلم متعامد و متجانس ($1cm$ يمثل "سنة" على

محور الفواصل و $1cm$ يمثل " ألف " على محور الترتيب) .

(2) أ) هل التعديل التآلفي مبرر ؟

ب) عين النقطة المتوسطة G .

(3) أكتب المعادلة المختصرة لمسقيم الانحدار (Δ).

(4) بتداء من أي سنة يمكن الحصول على ضعف منتج السنة 2005 .

التمرين 3 : 4ن

ليكن $P(x)$ كثير الحدود للمجهول الحقيقي x حيث :

$$P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 2x + 3$$

(1) عين قيم الأعداد الحقيقية a ، b ، c حيث :

$$P(x) = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$$

(2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$ ثم المتراجحة $P(x) > 0$

(3) استنتج حلول المعادلة : $2(\ln x)^3 - 3(\ln x)^2 - 2(\ln x) + 3 = 0$

$$2e^{3x} - 3e^{2x} - 2e^x + 3 > 0$$

التمرين 4 : 6ن

اختر الجواب الصحيح بين الأجوبة المقترحة لكل سؤال :

(1) العدد $e^{3 \ln 2 - \ln \frac{1}{4}}$ يساوي :

$$\left(\begin{array}{l} \text{أ} \quad \frac{3 \ln 2}{\ln \frac{1}{4}} \quad , \quad \text{ب} \quad 32 \quad , \quad \text{ج} \quad e^{3 \ln(2 - \frac{1}{4})} \end{array} \right)$$

(2) من أجل $x > 0$ ، $(e^{4 \ln x})'$ يساوي

$$\left(\begin{array}{l} \text{أ} \quad 4x^3 \quad , \quad \text{ب} \quad e^{4 \ln x} \quad , \quad \text{ج} \quad \frac{4}{x} \end{array} \right)$$

(3) مجموعة تعريف D للدالة f حيث $f(x) = -\frac{x}{2} + \ln(\frac{x-1}{x})$:

$$\left(\begin{array}{l} \text{أ} \quad D =]1, +\infty[\quad , \quad \text{ب} \quad D = \mathbb{R}^* \quad , \quad \text{ج} \quad D =]-\infty, 0[\cup]1, +\infty[\end{array} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (3 - x^2 - 2 \ln x) \quad \left(\begin{array}{l} \text{أ} \quad +\infty \quad , \quad \text{ب} \quad -\infty \quad , \quad \text{ج} \quad 3 \end{array} \right)$$

(4) حل المعادلة $\ln(x + 1)^2 = 4$ في $\mathbb{R}$ هو :

$$\left(\begin{array}{l} \text{أ} \quad x_1 = e^2 + 1 \quad , \quad x_2 = e^2 - 1 \quad , \quad \text{ب} \quad x_1 = e^2 - 1 \quad , \quad x_2 = -1 - e^2 \end{array} \right)$$

(5) مشتقة الدالة f المعرفة من أجل كل عدد حقيقي x بـ $f(x) = \ln(x^2 + 1) - x$ معرفة بـ :

$$\left(\begin{array}{l} \text{أ} \quad f'(x) = \frac{1}{x^2 + 1} - 1 \quad , \quad \text{ب} \quad f'(x) = \frac{-x^2 + 2x - 1}{x^2 + 1} \quad , \quad \text{ج} \quad f'(x) = 1 - \frac{x}{(x+1)^2} \end{array} \right)$$

$$(6) \int_0^1 \left[1 - \frac{2e^x}{1+e^x} \right] dx \quad \text{يساوي :}$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{أ} \quad 2e + 1 \quad , \quad \text{ب} \quad 1 + \ln(1 + e) \quad , \quad \text{ج} \quad 1 - 2 \ln(1 + e) + 2 \ln 2 \end{array} \right)$$

انتهى و بالتوفيق