الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية البيض — **ثانوية حميتو الحاج علي الشلالة**

المستوى:3 تسيير و اقتصاد — **يـــوم: 2020.03.02**

الاختبار الثاني في مادة الرياضيات

المدة : ثلاث ساعات و نصف

على الطالب ان يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الاول :

التمرين الأول(04ن):

ليكن P(x) كثير حدود معرف على $\mathbb{R}$ بـ: $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$.

1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $P(x) = (x-2)(x^2+4x+3)$.
2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$.
3. أ- استنتج حلول المعادلة : $(\ln x)^3 + 2(\ln x)^2 - 5\ln x - 6 = 0$
   ب- حل المعادلة : $e^{3x} + 2e^{2x} - 5e^x - 6 = 0$

التمرين الثاني (04ن):

يوضح الجدول التالي تطور مستعملي الشبكة الاجتماعية فيسبوك في الجزائر ابتداءا من 2010 :

السنة	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7
عدد المستعلمين y_i بالمليون	2.5	4	5.5	7.5	9	12	16

1. مثل سحابة النقط $M(x_i; y_i)$ في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ (1cm تمثل سنة على محور الفواصل و 1cm تمثل 2 مليون على محور التراتيب)
2. أ تعطى معادلة مستقيم الانحدار باستعمال طريقة المربعات الدنيا لـ y بدلالة x كالآتي : $y = 2.14x - 0.52$
   ب- قدر عدد مستخدمي الفيسبوك في الجزائر سنة 2019 .
3. نعتبر السلسلة الإحصائية التالية (x_i, z_i) حيث : $z_i = \ln y_i$
   -أ أكمل الجدول التالي :

الرتبة x_i	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln y_i$							

ب- أ وجد معادلة مستقيم الانحدار لـ z بدلالة x باستعمال طريقة المربعات الدنيا (تدور a و b إلى 10^{-2}).
ج- عبر عن y بدلالة x ثم أكتب y على الشكل $y = \alpha e^{\beta x}$ (تدور a و b إلى 10^{-2})
د- باستعمال التعديل الجديد قدر عدد مستخدمي الفيسبوك في الجزائر سنة 2019 .

4. إذا علمت أن عدد مستخدمي الفيسبوك بلغ 27 مليون في بداية 2019 فأي التعديلين هو الأنسب ؟

التمرين الثالث (04ن):

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بحدها الأول $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 2$.

1. أحسب الحدين u_1 و u_2 .
2. أ- برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n \leq \frac{8}{3}$.
   ب- عين اتجاه تغير المتتالية (u_n) . ماذا تستنتج ؟
3. لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_n - \frac{8}{3}$.
   أ- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .
   ب- أكتب عبارتي v_n و u_n بدلالة n .
4. أ- أحسب المجموع : $S = u_0 + u_1 + .. + u_n$.
   ب- أحسب الجداء : $P_n = v_0 \times v_1 \times ... \times v_n$

التمرين الرابع (08نقاط):

I. g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = 1 + (x-1)e^x$

1. أحسب نهايتي الدالة عند $-\infty$ ، $+\infty$.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
3. استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = x + (x-2)e^x$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس .

1. أ- بين انه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$
   ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
2. أ- أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)
   ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .
3. أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها .
4. أكتب معادلة لمماس المنحنى (C_f)عند النقطة ذات الفاصلة 1 .
5. بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $1.6 < \alpha < 1.7$
6. أحسب $f(0)$ و $f(1)$ ثم أرسم (C_f) و (Δ) .

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول(04ن):

1. أ- تحقق انّه من اجل كل عدد حقيقي x فإنّ : $(x+1)(2x^2-3x+2)=2x^3-x^2-x+2$
   ب- حل في $\mathbb{R}$ كلا من المعادلتين : $2(\ln x)^3-(\ln x)^2-\ln x+2=0$
   $2e^{-3x}-e^{-2x}-e^{-x}+2=0$
2. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $2e^{-3x}-e^{-2x}-e^{-x}+2\leq 0$.
3. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\log(x^2+100)=1+\log 2+\log x$

التمرين الثاني(04ن) :

يمثل الجدول التالي رقم أعمال مؤسسة بملايين الدنانير من 2014 إلى 2018 :

السنة	2014	2015	2016	2017	2018
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5
رقم الأعمال y_i	1	1.1	1.2	1.4	1.5

1. مثل سحابة النقط $M(x_i,y_i)$ في معلم متعامد . (على محور الفواصل 1cm تمثل سنة واحدة و على محور التراتيب 3cm تمثل 1 مليون)
2. أحسب $(\bar{x},\bar{y})$ إحداثيي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط (x_i,y_i) .
3. لتكن $y=ax+b$ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة (x_i,y_i) .
   أ- بين ان a=0.13 (تدوير النتيجة إلى 10^{-2}) ثم أحسب قيمة b .
   ب- ماهو رقم أعمال المؤسسة المتوقع سنة 2021 ؟
4. ابتداءا من أي سنة يتجاوز رقم أعمال المؤسسة 3 ملايين دينار ؟

التمرين الثالث(04ن):

في أول سبتمبر 2014 ، بلغ عدد تلاميذ إحدى الثانويات 300 تلميذ و في العام الموالي – اول سبتمبر 2015- لاحظ مدير الثانوية أن 75% من التلاميذ يواصلون دراستهم بالمؤسسة و كذلك يلتحق بها 150 تلميذ جديد .

بفرض أن تطور عدد التلاميذ يتواصل بنفس الكيفية في السنوات العشر القادمة .

نرمز لـ u_n إلى عدد التلاميذ سنة $2014+n$ حيث n عدد طبيعي .

1. أحسب u_1 ، u_2 .
2. أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $u_{n+1}=0.75u_n+150$.
   ب- أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-600=\frac{3}{4}(u_n-600)$
3. (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=u_n-600$.
   أ- بين أن (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .
   ب - عبر بدلالة n عن v_n و u_n .
4. أحسب عدد تلاميذ هذه الثانوية المتوقع سنة 2017 وعدد بعد 10 سنوات .
5. أحسب المجموع : $S=u_0+u_1+\cdots+u_n$

التمرين الرابع(08ن):

الجزء الأول:

نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بالعبارة : $g(x)=\frac{1}{2}x^2-\ln x$.

1. أحسب نهاية الدالة g عند 0 و عند $+\infty$.
2. عين اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
3. استنتج اشارة $g(x)$.

الجزء الثاني:

f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=\frac{1}{2}x+\frac{\ln x}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ة متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1. أحسب نهاية الدالة f عند 0 و عند $+\infty$.
1. أعط تفسيرا بيانيا لنهاية الدالة f عند 0 .
2. أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ فإن: $f'(x)=\frac{1+g(x)}{x^2}$.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3. أ- بين ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته .

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ)

4. أكتب معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة e .
5. برهن أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها α حيث : $0.5<\alpha<1$
6. أثبت ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها .
7. أنشئ المماس (T) و المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f)

انتهى الموضوع الثاني
أستاذة المادة: مباركي ف