الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية			
وزارة التربية الوطنية		**الديوان الوطني للتعليم و التكوين عن بعد**	
فرض المراقبة الذاتية رقم :01		**السنة الدراسية : 2018- 2019**	
المستوى: 3 ثانوي	**الشعبة : تسيير واقتصاد**	**المادة : رياضيات**	**عدد الصفحات : 02**
إعداد : دودار رمضان / أستاذ التعليم الثانوي			

التمرين الأول: (06 نقاط)

نعتبر المتتالية $\left(u_n\right)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n + 1 \end{cases}$.

1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n < 2$.

2) أدرس اتجاه تغير المتتالية $\left(u_n\right)$ ، ماذا تستنتج ؟ .

3) $\left(v_n\right)$ المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = u_n - 2$.

أ) برهن أن $\left(v_n\right)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب) أكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n .

ج) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$.

التمرين الثاني : (07 نقاط)

نعرف على المجموعة $\mathbb{R} - \{-1;2\}$ الدالة f كما يلي : $f\left(x\right) = \dfrac{2x^2}{x^2 - x - 2}$.

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف ثم استنتج معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى $\left(C_f\right)$.

2) بين أن عبارة الدالة المشتقة f' هي: $f'\left(x\right) = \dfrac{-2x\left(x+4\right)}{\left(x^2 - x - 2\right)^2}$ ثم أدرس إشارتها.

3) شكل جدول تغيرات الدالة f .

4) أكتب معادلة المماس $\left(T\right)$ للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

5) أنشئ $\left(C_f\right)$.

6) k وسيط حقيقي . ناقش حسب قيم k عدد وإشارة حلول المعادلة $f\left(x\right) = k$.

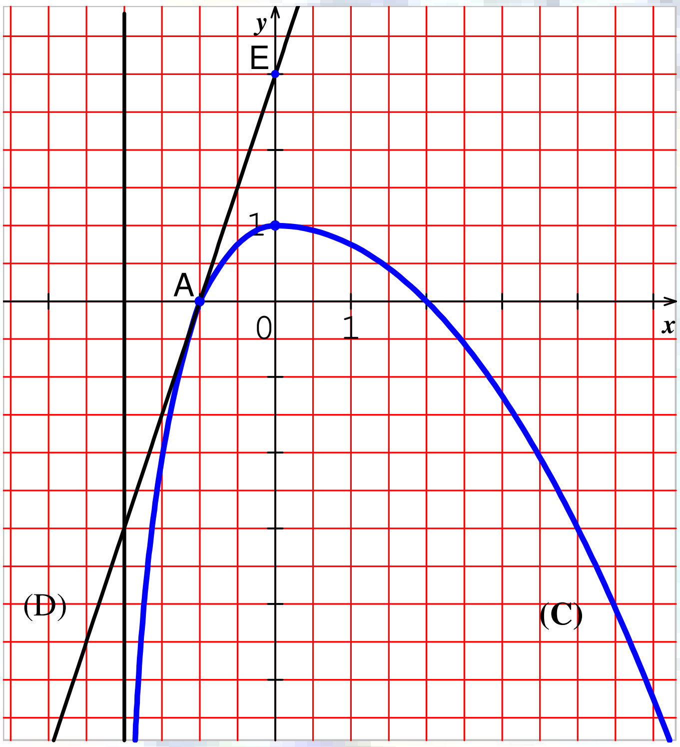
التمرين الثالث: (07 نقاط)

البيان المقابل يمثل دالة f في معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

نفرض أن f معرفة وقابلة للاشتقاق على $]-2;+\infty[$ وتقبل قيمة حدية عند الفاصلة 0 .

(D) هو المماس لمنحنى الدالة f في النقطة $A(-1;0)$ والمار بالنقطة $E(0;3)$.

انطلاقا من البيان والمعطيات أعلاه :



1) حدد وبدون تعليل : $f'(-1)$ ، $f'(0)$ ، $f(-1)$ ، $f(0)$ ، $f(2)$.

2) أحسب نهاية الدالة f عند (-2) مع تفسير النتيجة بيانيا ثم النهاية عند $+\infty$.

3) حدد إشارة $f'(x)$ و $f(x)$ على $]-2;+\infty[$ مع تشكيل جدول تغيرات الدالة f .

4) أكتب معادلة للمماس (D).

5) نعرف على $]-2;+\infty[$ الدالة g كما يلي : $g(x)=\left[f(x)\right]^2$.

أ) أحسب $g(-1)$ ، $g(0)$ ، $g(2)$.

ب) عين نهاية الدالة g عند كل من -2 و $+\infty$

ج) أحسب $g'(x)$ ثم باستعمال إشارة كل من $f'(x)$ و $f(x)$ ، حدد إشارة $g'(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها على $]-2;+\infty[$.

د) انطلاقا من جدول تغيرات الدالة g عين عدد حلول المعادلة : $g(x)=\dfrac{3}{2}$

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية	
وزارة التربية الوطنية	**الديوان الوطني للتعليم و التكوين عن بعد**
تصميم إجابة فرض المراقبة الذاتية رقم :01	**السنة الدراسية : 2018-2019**

المستوى : 3 ثانوي	**الشعبة : تسيير واقتصاد**	**المادة : رياضيات**	**عدد الصفحات : 04**

إعداد : دودار رمضان / أستاذ التعليم الثانوي

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة كاملة
التمرين الأول	نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1 \end{cases}$.		**06 ن**
	1) برهان أنه من أجل كل عدد طبيعي n فــإن $u_n < 2$: من أجل $n = 0$ لدينا $u_0 = 1 < 2$ محققة . نفرض أن $u_n < 2$ ونبرهن أن $u_{n+1} < 2$ لدينا $u_n < 2$ ومنه $\frac{1}{2}u_n + 1 < 2$ ومنه $u_{n+1} < 2$ إذن من أجل كل عدد طبيعي n فــإن $u_n < 2$.	**01 ن**	
	2) $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{2}u_n + 1 > 0$ ومنه المتتالية (u_n) متزايدة تماما .	**0.5 ن**	
	الاستنتاج : لدينا (u_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة .	**0.5 ن**	
	3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = u_n - 2$. أ) $v_{n+1} = u_{n+1} - 2 = \frac{1}{2}u_n - 1 = \frac{1}{2}v_n$ ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ وحدها الأول $v_0 = -\frac{3}{2}$.	**01.5 ن**	
	ب) عبارة v_n بدلالة n : $v_n = v_0 \times q^n = -\frac{3}{2^{n+1}}$	**0.5 ن**	
	عبارة u_n بدلالة n : $u_n = v_n + 2 = v_n = 2 - \frac{3}{2^{n+1}}$	**0.5 ن**	
	ج) $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n = (v_0 + v_1 + ... + v_n) + 2(n+1)$ ومنه $S_n = v_0\left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right) + 2(n+1) = -3\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) + 2(n+1)$.	**01.5 ن**	

التمرين الثاني — **07 ن**

01.5 ن

1) نعرف على المجموعة $\mathbb{R}-\{-1;2\}$ الدالة f كما يلي:

$$f(x)=\frac{2x^2}{x^2-x-2}$$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x^2}{x^2}=2$ ،

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x^2}{x^2}=2$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}-1} f(x)=+\infty$ ،

$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}2} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}2} f(x)=+\infty$.

01 ن

المستقيمات المقاربة : (C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقي معادلته $y=2$

ومستقيمين مقاربين عموديين معادلتاهما : $x=-1$ و $x=2$.

2) $f'(x)=\dfrac{4x(x^2-x-2)-(2x-1)(2x^2)}{(x^2-x-2)^2}$

ومنه $f'(x)=\dfrac{4x^3-4x^2-8x-4x^3+2x^2}{(x^2-x-2)^2}$

ومنه $f'(x)=\dfrac{-2x(x+4)}{(x^2-x-2)^2}$

01 ن

إشارة $f'(x)$ هي إشارة $-2x(x+4)$.

0.5 ن

x	$-\infty$		-4		-1		0		2		$+\infty$
$-2x$		$+$		$+$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
$x+4$		$-$	0	$+$	‖	$+$		$+$	‖	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	

3) جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$		-4		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
$f'(x)$	2	$\searrow$	$\frac{16}{9}$	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	2

0.5 ن

4) معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1:

$y=f'(1)(x-1)+f(1)$ ومنه $y=-\dfrac{5}{2}x+\dfrac{3}{2}$.

0.5 ن

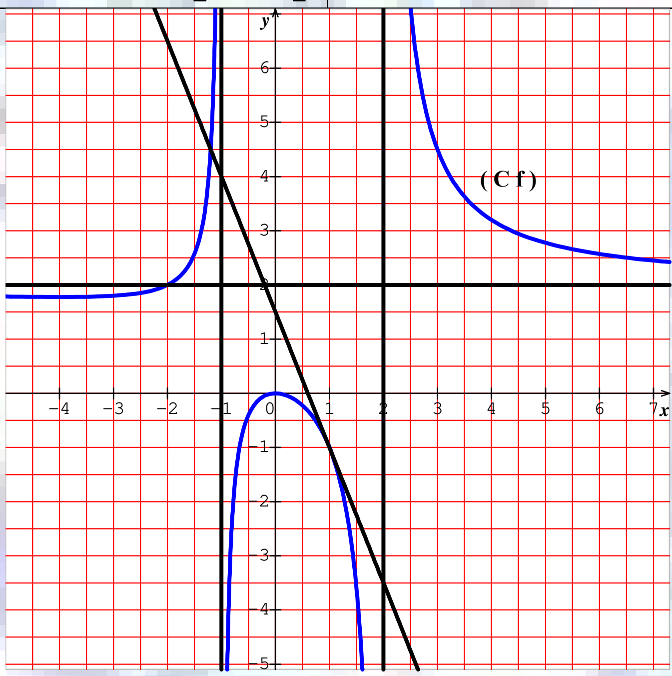
5) إنشاء (C_f).

01 ن

6) عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=k$:

حلان مختلفان في الإشارة	$k\in]-\infty;0[\cup]2;+\infty[$
حل مضاعف معدوم	$k=0$
لا توجد حلول	$k\in\left]0;\frac{16}{9}\right[$
حل مضاعف سالب	$k=\frac{16}{9}$
حلان سالبان	$k\in\left]\frac{16}{9};2\right[$

01 ن



التمرين الثالث

07 ن

1) $f'(-1)=3$ ، $f'(0)=0$ ، $f(-1)=0$ ، $f(0)=1$ ، $f(2)=0$.

2) $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -2} f(x)=-\infty$

1.25 ن

التفسير البياني :

(C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته $x=-2$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$.

3) إشارة $f'(x)$ على $]-2;+\infty[$:

0.25 ن

0.25 ن

x	-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

0.25 ن إشارة $f(x)$ على $]-2;+\infty[$

x	-2		-1		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

0.5 ن جدول تغيرات الدالة f :

x	-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

0.5 ن

0.5 ن 4) معادلة للمماس (D) : $y=3x+3$.

0.5 ن 5) نعرف على $]-2;+\infty[$ الدالة g كما يلي : $g(x)=[f(x)]^2$.

0.75 ن 6) أ) $g(-1)=[f(-1)]^2=0$ ، $g(0)=[f(0)]^2=1$ ،

$g(2)=[f(2)]^2=0$.

0.5 ن ب) $\lim\limits_{\substack{x \to -2 \\ >}} g(x)=\lim\limits_{X\to-\infty} X^2=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{X\to-\infty} X^2=+\infty$

0.5 ن ج) $g'(x)=2f'(x)\times f(x)$

إشارة $g'(x)$:

x	-2		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	|	$+$	0	$-$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

0.5 ن جدول تغيرات الدالة g على $]-2;+\infty[$.

x	-2		-1		0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

0.5 ن

0.25 ن د) عدد حلول المعادلة : $g(x)=\frac{3}{2}$:

المعادلة $g(x)=\frac{3}{2}$ تقبل حلين متمايزين .