الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية باتنة

المستوى : الثالثة تسيير و إقتصاد . — السنة الدراسية: 2019/2018

يوم: 2018/10/23 — المدة : 60دقيقة

الفرض الأول للثلاثي الأول

التمرين:

(u_n) متتالية عددية معرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = \alpha & ; \quad (\alpha \in \mathbb{R}) \\ u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{8}{5} & ; \quad (n \in \mathbb{N}) \end{cases}$

I) برهن بالتراجع أنه في حالة $\alpha = 2$ تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

II) في كل مايلي : $\alpha = 5$.

1) أحسب الحدود u_1, u_2 و u_3.

2) أ- أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 2$.

ب- بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

جـ- إستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $v_n = u_n - 2$.

أ- بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 2 + 3\left(\frac{1}{5}\right)^n$.

جـ- أحسب $\lim_{n \to +\infty} u_n$.

4) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ ، و استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_0 + u_1 + ... + u_n = \frac{23}{4} + 2n - \frac{3}{4}\left(\frac{1}{5}\right)^n .$$