



نوفمبر 2019

المستوى: الثالثة ثانوي تسيير و اقتصاد

المدة: 2 سا

الفرض الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: بلغ عدد زبائن أحد مستوردي السيارات 1000 زبون خلال سنة 1999.

لاحظ المستورد في السنة الموالية انخفاض بنسبة 60% من زبائنه وأضيف إليهم بفضل الإشهار 630 زبون جديد.

نفرض أن تطور الزبائن يتواصل بنفس الكيفية السابقة خلال السنوات العشر الموالية نرمز بـ: u_n إلى عدد الزبائن خلال السنة $1999 + n$ حيث n عدد طبيعي.

(1) ماهي قيمة u_0 ؟ أحسب u_1 و u_2 .

(2) عبّر عن u_{n+1} بدلالة u_n .

(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_n - 1050$.

(أ) أحسب v_0 ، v_1 و v_2 ثم خمن طبيعة المتتالية (v_n) .

(ب) بين أن المتتالية (v_n) هندسية، يطلب تحديد حدّها الأول وأساسها q .

(ج) عبّر بدلالة n عن v_n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

(4) هل ممكن بلوغ عدد زبائن هذا المستورد 1100 زبون؟

(5) (أ) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \leq 1050$.

(ب) برهن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

(ج) ماذا تستنتج بالنسبة إلى تقارب المتتالية (u_n) .

التمرين الثاني: f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^3 + 3x^2 - 5$

1- أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

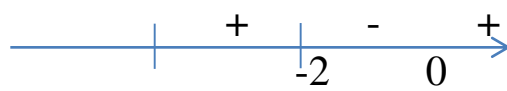
2- أحسب $f'(x)$ الدالة المشتقة للدالة f ثم استنتج اتجاه تغير f .

3- شكّل جدول تغييرات الدالة f .

4- برهن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1,1 < \alpha < 1,2$.

التصحيح النموذجي

1 1 1	التمرين الأول: -1 $u_0 = 1000$ $u_1 = u_0 - \frac{60}{100}, u_0 + 630 = 0,4 \times u_0 + 630 = 1030$ $u_2 = 0,4 \times u_1 + 630 = 1042$
1	-2 $u_{n+1} = 0,4 \times u_n + 630$
1,5	-3 أ- $V_0 = u_0 - 1050 = -50$ $V_1 = u_1 - 1050 = -20$ $V_2 = u_2 - 1050 = -8$
1 0,5	ب- $V_{n+1} = u_{n+1} - 1050$ $= 0,4 \times u_n + 630 - 1050$ $= 0,4 \times (V_n + 1050) + 630 - 1050$ $= 0,4 \times V_n$ وبه (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = 0,4$ وحدها الأول $-50 = 0$
1	أ- $V_n = V_0 q^n$ $= (-50)(0,4)^n$
1	$U_n = V_n + 1050 = (-50)(0,4)^n + 1050$
1	-4 $U_n = 1100$ أي $(-50)(0,4)^n + 1050 = 1100$ ومنه $(0,4)^n = 1$ مستحيلة لا يمكن بلوغ عدد زبائن هذا المستورد 1100 زبون
1	-5 $q(n) = U_n \leq 1050$ لدينا $U_0 = 1000$ و $1000 \leq 1050$ ومنه $q(0)$ صحيحة فرضية التراجع: $U_n \leq 1050$ ونبرهن $U_{n+1} \leq 1050$ $U_n \leq 1050$ ومنه $0,4 U_n \leq 420$ $0,4 U_n + 630 \leq 1050$ أي $U_{n+1} \leq 1050$ وهو المطلوب
1	ب- $U_{n+1} - U_n = 0,4 U_n + 630 - U_n$ $= (-0,6) U_n + 630$ بما أن $U_n \leq 1050$ فإن $(-0,6) U_n \geq -630$ ومنه $(-0,6) U_n + 630 \geq 0$ أي $U_{n+1} - U_n \geq 0$ ومنه (U_n) متزايدة تماما

1	نستنتج أن U_n متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى بالعدد 1050 التمرين الثاني:															
0,5	$f(n) = x^3 + 3x^2 - 5$															
0,5	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(n) = \lim_{x \rightarrow -\infty} n^3 = -\infty$ (أ)															
1	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(n) = \lim_{x \rightarrow +\infty} n^3 = +\infty$															
1	$f'(n) = 3x^2 + 6x$															
1	$= 3x + (x + 2)$															
1																
1	f متزايدة تماما على $] -0,0 -2)$ وعلى $[0 ; +\infty[$ ومتناقضة تماما على $(-2 ; 0)$															
1	<table><tr><td>n</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(n)$</td><td></td><td>+</td><td>-</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(n)$</td><td></td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>$+5$</td></tr></table>	n	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	$f'(n)$		+	-	+	$f(n)$		$-\infty$	-1	$+5$
n	$-\infty$	-2	0	$+\infty$												
$f'(n)$		+	-	+												
$f(n)$		$-\infty$	-1	$+5$												
2	f مستمرة ومتزايدة تماما على $[0 ; +\infty[$ بالأخص على $(1,1 ; 1,2)$ $f(1,1) \approx -0,04$ $f(1,2) \approx -0,05$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(n) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,1 < \alpha < 1,2$															

